鳥取大学附属小学校研究紀要（2021 年 3 月）pp31-41

課題の発見に着目した導入のあり方とその展開

～導入素材の開発に向けて～

大杉晃範[1]　前田明彦[1]・矢部敏昭[2]　溝口達也[2]
[1]鳥取大学附属小学校
[2]鳥取大学地域学部

算数・数学教育においては，長く問題解決型の学習が行われており，その過程を通して，数学の本質的な考え方を育てることを目指していた。しかし，実際に子供たちに数学的に考える力が育成されているかというと疑問が残る。本研究は，どのような問題であれば、子供たちに数学的に考える力が育成されるのか、オランダの数学者，H.Freudenthal の RME 理論（1968）に基づいた算数授業を実現するための条件や制約を明らかにすることを目的として行った。その結果、RME 理論に基づいた算数授業を実現するための条件として、「教材の系統を踏まえ，既習を考慮していること」「教材の系統を踏まえ，発展性を考慮していること」「問題を解決する際，子供の未知なる状況との出合いになること（課題の発見)」が必要であることが分かってきた。

キーワード：RME 理論　数学的思考　統合的・発展的な考え方

1　はじめに

1.1　算数科の未来へつなぐ授業づくりの視点

1.1.1　算数科特有の見方・考え方

小学校学習指導要領解説算数編（2018 p.22）には，算数科の学習における数学的な考え方として次のように記してある。(以下引用）

「数学的な考え方」については，目的に応じて数，式，図，表，グラフ等を活用し，根拠を基に筋道を立てて考え，問題解決の過程を振り返るなどして既習の知識・技能等を関連付けながら統合的・発展的に考えることである。

ここで留意したいのは，数学的な考え方という言葉である。考え方とは方略であり，一般的にスキルとして捉えることができる。しかし，ここで述べられていることはスキルではない。

中島（2015）は，数学的な考え方として，特に統合的発展的な観点が重要だとし，発展的な考察をするうえでの方向付けとしての観点として統合を挙げ，統合しながら発展的に考えようとする態度が重要であると指摘している。

数学的な考え方とは，根拠を基に筋道を立てて考えたり，統合的・発展的に考えたりするスキルと同時に，論理的，統合的・発展的に考える態度も含めたものであると考える。

1.1.2　算数科の提案する学びのプロセス

算数科・数学科における問題解決モデルは，大きく 2 つ考えられる。1 つは，J.Dewey の反省的思考過程に基づくモデル。他方は，G.Polya の発見学習的問題解決モデルである。一般的な学習プロセスは，J.Dewey や G.Polya のモデルがベースとなった問題解決型の学習プロセスになっていると考えら

れる。例えば，次のようなものである。

まず，問題把握を行い，解決に向けた見通しをもつ（「問題の理解」「計画の立案」の段階）。次に，自分の見通しに従って問題解決を試みる自力解決（「計画の実行」の場面）。そして，解決をより数学的に優れたものにしていくべく練り合いまとめる（「振り返ってみる」場面）である。さらに，J.Dewey の反省的思考段階を加えて，学習全体における自分の学びを振り返る場面で構成される。

オランダの数学者，H.Freudenthal は，オランダ国内だけでなく，世界の数学教育に影響を与えた人物である。H.Freudenthal の数学教育は，Realistic Mathematics Education（RME）と称される（以下 RME 理論（1968））。RME 理論に基づいた学習プロセスは，おおよそ次のようになると考える。まず，Realistic な問題を単純化して，数学的に解決できる記号の世界に移行する（水平方向の数学化）。次に，記号化されたものを個人レベルで解決を試みる。さらに，グループや学級での練り合いにより，精緻化される。そして，統合的・発展的に考えることで，体系化された数学の世界と現実の世界を繋ぐことになる（垂直方向の数学化）。この学習プロセスを以下にまとめる。

① Realistic な問題提示
② 子供がそれぞれの理解のレベルで考える
③ それぞれの解法についての考察・解決
④ 学びの振返り（統合的・発展的に考察できたか）

$\left.\begin{array}{l}②\\③\\④\end{array}\right\}$ 水平方向，垂直方向の数学化が生じる

RME 理論の核となる原理の 1 つに現実原理（Reality principle）がある。ここで大切なことは，数学は，現実社会の問題を扱うべきであるという点である。現実社会の問題とは，まさに問題の真正性を指している。しかし，REM 理論における Realistic には 2 つの意味がある。1 つは，現実社会における問題である。他方は，子供にとって実感の伴った問題である。従って，算数科における問題の真正性を考えたとき，たとえ問題場面がフィクションであっても子供が具体的な問題として実感できていれば真正な問題と捉えることができる。これは，決して現実的な問題を無関係とするものではないことを付け加える。

1.2 算数科の未来へつなぐ授業づくりの視点

変革型社会への対応に必要な資質・能力を育成するために，真正の学びが求められている。真正の学びとは一般的に，大人が現実社会で直面する複雑な問題を解決していく過程で，問題解決に必要な力を身に付けていく学びを指す。しかし，小学校の授業において，現実社会で直面するような問題を提示することには問題がある。まず，提示された問題が，子供にとって実感のある問題とならない可能性が指摘できる。次に，問題の複雑性である。現実社会における問題の多くは様々な要素が複雑に絡み合っている。問題が複雑すぎると，単純化して数学的に考える段階にたどりつけず，子供によっては学習意欲を失うことも考えられる。これでは，変革型社会への対応に必要な資質・能力を効果的に育成することにすらつながらない。小学校では，子供たちの発達段階を踏まえて，現実社会にある数学的に解決できる問題を導入する必要がある。

RME 理論では，児童・生徒が現実的（Realistic）と感じる状況の下で学習活動を行うことを重要視している。この視点は，算数の学びの真正性につながるものと考える。

そこで，本研究では，RME 理論を基に，問題の真正性を捉え直し，数学的に考える力を育てる上で重要な導入問題に着目する。

2 問題の所在

現在，インターネットの普及により，これまで専門家や一部の人が有していた知識は，誰でも容易に手に入れることのできる知識基盤社会となっている。さらに，AI に代表される科学技術の急速な発展により，地球規模で高度に複雑化，多様化する変革型社会に対応するための資質・能力の育成が叫ばれている。そこで，今後の変革型社会に必要な資質・能力について ATC21（Assessment and Teaching of 21st Century Skills），DeSeCo（Definition and Selection of Competencies），CCR（Center for Curriculum Redesign）といった様々な機関によって研究が進められ，議論されてきた。我が国においても，育成すべき資質・能力として学習指導要領解説総則編（2018，p3）に盛り込まれており，子供たちが予測困難な社会の変化に主体的に関わり，感性を豊かに働かせながら，どのような未来を創っていくのか，どのように社会や人生をよりよいものにしていくかという目的を自ら考え，自分の可能性を発揮し，よりよい社会と幸福な人生の創り手となる力を身に付けられるようにすることが重要であるとしている。

算数・数学教育においては，長く問題解決型の学習が行われてきており，その過程を通して，数学の本質的な考え方を育てることを目指してきた。この数学の本質的な考え方は，変革型社会に対応すべく子供に求められる資質・能力と大きく変わらないと考えられる。しかし，実際に子供たちに数学的に考える力が育成されているかというと，疑問が残る。

これまで算数科・数学科で，問題解決型の学習が重要視されてきた。しかし，教師から提示される問題が，必ずしも子供の現実的な問いとはならず，知識や技能の習得が中心となってしまう授業も少なくない。H.Freudenthal が指摘するように，数学の問題の解き方に特化した探究がされ，子供にとってなぜその問題を解決するのかという点が欠落してしまい，結果として，本来身に付けさせたい数学的に考える力を育てることができていないのである。実際に問題の解き方や算数・数学を教える方略についての研究は多く存在するが，問題の作り方や備えるべき条件等に着目した研究は多くはないのが現状である。

3 研究の目的と方法

3.1 研究の目的

H.Freudenthal の RME 理論に基づいた算数授業を実現するために，どのような導入問題であれば，子供にとって実感のある現実的な問題となり得るのか，また，子供自らが数学の本質につながる問いを発見できるのか，さらには，統合的・発展的な思考を育成できるのかを追究する。

本研究では，REM 理論に基づいた算数授業を実現するための条件や制約を明らかにすることを目的とする。

3.2 研究の方法

RME 理論に基づいた算数授業を実現するために，H.Freudenthal の RME 理論と 2 つの枠組み（レベル理論，水平方向の数学化・垂直方向の数学化）を踏まえた以下の 3 つの視点と，導入問題が備えるべき条件仮説を踏まえて作問する。

視点①問題場面として，子供にとって実感のある現実的（Realistic）な問題設定

視点②子供からの問いが数学的な本質につながる

視点③統合しながら発展的に考察できるように単元の系統性を踏まえ，既習事項を使って解決できる

導入問題が備えるべき条件仮説を以下に示す。

条件 A：教材の系統を踏まえ，既習を考慮している

条件 B：教材の系統を踏まえ，発展性を考慮している

条件 C：問題を解決する際，子供の未知なる状況との出合い（課題の発見）

条件 D：子供の意欲を喚起する

検証については，子供の思考の様相を VTR やワークシート，振返りを基に分析する。評価規準については（**表 1**）を参照。

表 1　評価規準

評価	基準	具体例
A	統合的・発展的な考察	三角形や平行四辺形、台形の面積も公式ができるのではないかと考える。
B	統合的・発展的な考察	三角形や平行四辺形、台形も図形を組み合せれば（等積移動、倍積変形）長方形の求積公式で広さが分かる。
C	その他	面積の考え方が統合できていない。

4　総合考察

4.1　検証授業（１）「面積」の実践（第 4 学年の取組）

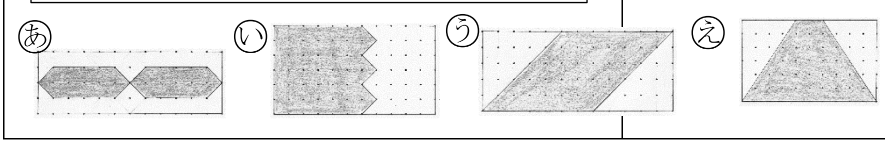
4.1.1　結果

本授業の導入問題は，RME 理論と 2 つの枠組みを踏まえた 3 つの視点から作問している。

具体的には，導入問題で算数王国の旗を決めるという場面を設定している。候補に挙がる旗は，三角形や平行四辺形，台形を想起させるものである。そして，面積を求める際に，既習である L 字型の面積を求める考え方では求めることができないものでもある。子供は，「長方形に分割しても求められないぞ。どうすればいいだろうか。」と，問いをもつ。そして，なんとか長方形にできないかと問題解決に取り組むと期待される。工夫して面積を求める活動を通して，複合図形であっても，単位面積の何個分という考え方を用いたり，等積移動や等積変形することで，図形を正方形や長方形に直すことで面積が求められたりすることを統合的に考え，さらには，「大きな面積ではどうか。もっと簡単にできないか。公式ができるのではないか。」と発展的に考えることも可能である。公式については，公式という言葉が 4 年生で初めて導入されること，平行四辺形や台形の求積公式が 5 年生の単元であることから，段階的にはやや飛躍があるのではないかと考える。さらに，公式という言葉になじみがないため，例えば三角形の面積＝長方形の面積の半分で求められそうだといった気付きだけでも十分であると考え設定したものである。

表 2　指導案（一部抜粋）

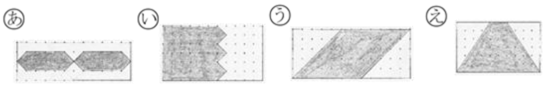
学　習　活　動 ○発問　・予想される子供の反応	☆研究との関連　◎授業づくりに対する評価
1. 問題提示 算数王国では，新しい国旗を決めるため，4 つの候補を選びました。	☆導入問題が，子供にとって現実的なものとなるよう，物語として問題を提示する。



○何を基準に旗を決定しますか？ ・黒い面積が一番大きい旗。 ○どうすれば赤い部分の広さが分かりますか？ ・三角形や台形，平行四辺形がある。むり。 ・長方形に分ければできる。 ・長さが分かれば公式でできる。	☆子供の問いとなるよう，何を基準に決定するか数学的に解決できないか問う。 ☆統合的・発展的に考えさせるため，既習として，長方形に分割して求積したことを確認する。 ☆既習で解決できない状況を確認する。（問い）
面積の公式が使えるようにくふうして，面積をもとめよう	
2．問題解決（各班・各列） ○くふうして長方形にできませんか？ ・同じ三角形で長方形ができる。 ・台形を移動したら長方形になる。 ・切り取って移動したらできる。 ・方眼紙にかいたらできそう。	☆統合的・発展的に考えさせるため，旗の模様（形）に着目させ，分割だけでなく図形を組み合わせる見方（等積移動，倍積変形）を見付けさせる。 ◎子供がどのような問いをもつのか。 （VTR，対話，ノート）

以下に視点①，②，③に関わる授業の発話記録を示す（**表 3**）。

表 3　授業の発話記録

視点① 導入 T1　算数王国で，国旗の募集があったのです。 （国旗 4 つを順に提示）  C1　応募したかった。細長い。あ C2　これかっこいい。い C3　これいいな，これいいな。う C4　富士山っぽい。え C5　算数ぽい。え C6　台形がある。え T2　他にも知っている図形ない？ C7　う，うは平行四辺形。 T3　4 年生で学習した図形をよく覚えていましたね。 T4　みなさんなら，どのような基準で旗を選びますか。 C8　見ため。 C9　かっこよさ。 C10 かわいい。 T5　ここは，算数王国ですよ。 C11 計算しやすい。	C13 辺がいっぱい C14 面積の大きさで決めたらいいと思います。 T6　では，黒い部分の面積が一番大きいものを国旗に決めたいと思います。 視点② 問題発見 T7　黒い部分が一番広いのはどれだと思う？（いとえで意見が分かれる，えが一番多い）８分 T8　面積を求められそうですか？ C15 うん。 C16 えっ，できるんですか？ T9　何に困った？ C17 長さが分からない。 C18 昨日は，正方形や長方形で考えていたけど，今日は長方形や正方形にはちょっとできない。 T10 なんとか公式が使える形にできない？ C19 いや…。 C20 例えば絵だったら，切って，くるって移動させれば長方形になる。 C21 ああ。 T11 もう一回どういうことか言ってくれる人いませんか？ C22 台形の三角形のところを切って移動させれば，

C12 画数が多い。

T12 平行四辺形も何とかなりそう？（手で，図形を回す動きをしている）

C23 なりそう。

T13 切って移動させたら何とかなりそう？

C24 うん。（反応が悪い）

課題設定

課題の設定「公式が使えるように工夫して面積を求めよう。」９分２１秒

㋐を求めた後，㋑，㋒，㋓を個人解決したのち，グループ解決に入る。

視点③

まとめ

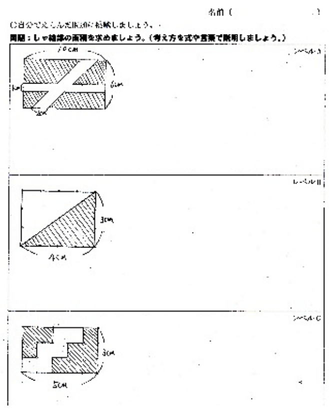
T14 ㋑が一番広いことになりますね。では，まとめますよ。

長方形になる。

T15 これまでの学習と似たところはありませんでしたか？

C25 長方形や正方形に直して計算できます。

○評価問題に取り組み，振返りを書く。



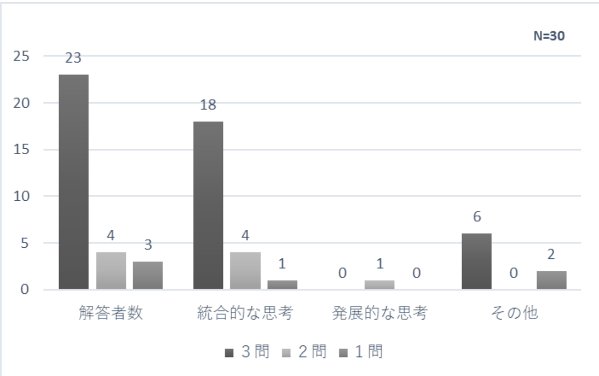


図１　評価問題解答数と数学的思考

表４　　　評価問題解答数の内訳

n=３０			数学的な思考力		
解答数	問題	解答者数	統合的	発展的	その他
3問	ＡＢＣ問題	23	18	1	6
2問	ＡＢ問題	1	1	1	0
	ＢＣ問題	2	2	0	0
	ＡＣ問題	1	1	0	0
1問	Ａ問題	1	1	0	0
	Ｂ問題	0	0	0	0
	Ｃ問題	2	0	0	2

図１のグラフは，検証授業の終わりに配布したワークシートの結果をまとめたものである。評価問題は，A，B，Cの３問。グラフの解答者数は，A，B，C３問の中から，３問とも解答した子供，２問解答した子供，１問解答した子供を表す。それぞれ解答数ごとに，統合的な考察や発展的な考察ができたかどうかを棒グラフに表している。また，**表４**に評価問題解答数の内訳を示す。

4.1.2 分析と考察

<u>視点①「問題場面として，子供にとって実感のある現実的（realstic）な問題設定」</u>

子供にとって実感のある現実的(Realistic)な問題設定として，算数王国という架空の国の国旗決めという物語を導入した。子供の発話記録（**表 3**）からも分かるように，とても反応がよく，自然と問題場面に引き入れることができた。初めは，旗選びということでデザインに着目していた子供たちも，教師のT4「みなさんなら，どのような基準で旗をえらびますか。」やT5「ここは，算数王国ですよ。」といった働きかけにより，C11「計算しやすい。」C12「画数が多い。」C13「辺がいっぱい。」C14「面積の大きさで決めたらいいと思います。」と，子供の発言から，算数の世界に引き込むことができた。

子供にとっての現実的な問題場面から，算数の世界に移行したといえる。ただし，子供が自発的に問題を発見したというよりは，教師の働きかけにより算数の世界に移行させたと言えよう。

視点②「子供からの問いが数学的な本質につながる」

C14 の発言から，T6「では，黒い部分の面積が一番大きいものを国旗に決めたいと思います。」と問題が設定された後，T8「面積を求められそうですか？」という発問に対して複数の子供から「うん。」という肯定的な返事が聞かれる。この時点では，L 字型のように長方形に分割して容易に面積が求められると考えている子供もいた。しかし，C16「えっ，できるんですか？」の発言で簡単にはいかないことが明らかになる。C18 の「昨日は，正方形や長方形で考えていたけど，今日は長方形や正方形にはちょっとできない。」から，既習ではできない困った状況が生まれた。

この問いは，複合図形であっても，単位面積の何個分という考え方や，等積移動や等積変形をして，図形を正方形や長方形に直すことで面積が求められることを統合的に考える，数学的な本質につながる問いであると言えよう。

視点③「統合しながら発展的に考察できるよう，単元の系統性を踏まえ既習事項を使って解決できる」

C20「例えば絵だったら，切ってくるって移動させれば長方形になる。」の発言から，すでに既習を用いて課題解決を始めていることから，統合的に考えていると想像できる。ただし，一部の子供に限られている。多くの子供はどうすれば台形が長方形になるのかこの時点では分かっていない様子であった。従って，この後の個人解決やグループ解決を通して，前時での既習内容が統合されていったと推察できる。最終的には，T15「これまでの学習と似たところはありませんでしたか？」という問いと，C25 「長方形や正方形に直して計算できます。」との発言で形式的には統合されたと言えよう。

評価問題と学習の振返りにある記述の分析から,評価問題 3 問とも取り組んだ子供 23 名のうち，18 名は統合的に考えることができていた。また，評価問題 2 問に取り組んだ子供 4 名では，全員が統合的に考えることができていた。評価問題 1 問に取り組んだ子供は 3 名おり，内 1 名は A 問題，2 名は C 問題に取り組んでいた。A 問題に取り組んだ子供は，統合的に考えることができていたが，C 問題に取り組んだ子供は，単位面積を数えて求めており，統合的に考えたとは言えなかった。2 問以上解答した子供の約 8 割は統合的な考え方ができていた。今回，残念ながら，グループ内での対話が録画できていないが，これは，検証授業の前半 C20 の子供が発言した，前時の考え方と同じように長方形にすることで求積できることを，自力解決，グループ解決を通して統合していったと推察される。このように統合できた理由の一つとして，前時までに，面積の考え方の意味を子供たちが十分に理解していたことが考えられる。

一方で，「長方形にすればほとんどの面積が求められて，いろいろな形で求められそうだった。」と，発展的に考えた子供は，全体でわずか 1 名であった。発展的に考えるには，問題解決したのちに，「もし，この図形が別の形だったら。」「もし，鳥取県の面積を求める問題だったら。」と考える態度が必要となる。現時点では，子供たちは統合的に考える態度は身に付けてきているが，発展的に考える態度までは身に付いていないと言えよう。

4.2 検証授業（２）「かけ算」の実践（第 2 学年の取組）

4.2.1 結果

本単元は，かけ算九九の意味や式について理解したり，かけ算になる場面を捉えて式を立てたりすることを目標に挙げている。この単元においては，1 つ分の大きさの幾つ分というかけ算の意味の理解が求められる。そのために，子供自身が 1 つ分の大きさとなるまとまりを見出すことができるように学習を展開することが重要であると考える。本時においては，かけ算の意味の理解を深めるため，以下のような視点で問題場面を設定した。

視点①問題場面として，子供にとって実感のある現実的（realstic）な問題設定

・子供自身が問題に対して直接操作することが可能である。(条件 D)

視点②子供からの問いが数学的な本質につながる

・子供が操作することによって複数の表し方を作ることができる。(条件 C)

視点③統合しながら発展的に考察できるように単元の系統性を踏まえ，既習事項を使って解決できる

・子供自身でまとまりを考える必要がある。(条件 A)

・子供が任意に作った図から複数の見方・考え方をもつことができる。(条件 B)

学習活動の場面として，白と黒のクッキーを並べてまとまりを作る活動を設定することで，まとまりを意識した立式ができるように仕掛ける。子供が自分で並べたクッキーの数を求める際に，同じ解でもまとまりが変わると式が変わったり，同じ式でもまとまりが違ったりすることがあると理解することができることをねらう。

表 5 指導案（一部抜粋）

<table>
<tr><th>学　習　活　動
〇発問
・予想される子供の反応</th><th>関　連　と　評　価
☆研究との関連
◎授業づくりに対する評価</th></tr>
<tr><td>1. 問題をつかむ。
〇36 個入りの箱にある白クッキーと黒クッキー，どちらが多いでしょう。
●●○○●●
●●○○●●
○○○○○○
○○○○○○
●●○○●●
●●○○●●
・4 個のまとまりを作ったら計算できる。
・白が 4×5＝20 で，黒が 4×4＝16 になるから，白が多い。
同じ箱に，白と黒のクッキーが同じ数になるようにならべましょう。
〇白と黒が半分ずつになるにはどんな並べ方があるでしょう。</td><td>☆まとまりに注目して数を調べる視点を共有し，めあてをたてる。</td></tr>
<tr><td colspan="2">まとまりをつくって，ならべ方を考えよう。</td></tr>
<tr><td>2. 問題を解決する。
〇白と黒が半分になるように丸を並べてみましょう。</td><td>☆子供自身がまとまりをつくり，それぞれの色が 18 個になる並べ方を考えさせる。</td></tr>
</table>

3. 並べられたクッキーの数を求める計算の仕方について話し合う。 ○並べられたクッキーの数はどんな式で求められるでしょう。 ・3 個のまとまりが 6 個あるから，3×6＝18 で，18 個。 ・違うまとまりで考えると，式が変わる。 ・並べ方は違うけど，同じ式のものがある。 4. 評価問題を解く。 ○白クッキーと黒クッキーの数をかけ算で求めましょう。 ●●●●●● ●●○○●● ●○○○○● ●○○○○● ●●○○●● ●●●●●●	☆まとまりをつくる活動を通して，1 つ分の大きさとその幾つ分かが分かれば，かけ算で求められることを押さえる。 ◎導入問題を通して，統合しながら発展的に考察することができたか，以下の視点で評価する。 ・1 つ分の大きさとその幾つ分かを正しく捉えて式を立てて計算している。 ・まとまりの捉え方を変えながら，複数の方法で数を求めようとしている。

実際の授業では，導入問題で白と黒のクッキーの数を比べる活動で，既習のかけ算の意味を踏まえて図からまとまりを捉えて数を求めようとする姿が見られた。導入問題でまとまりに注目してかけ算でクッキーの数を求める活動を通して，主活動においてまとまりを意識して並べ方を考えることにつながった。まとまりを意識した上で，子供たちが考えた並べ方を「○個の△つ分」の言い方で確認することで，子供たち自身が行った活動とかけ算の意味を関連付けて確認することができた。さらに，子供たちで話し合う中で,「その並べ方があるなら・・・」「まとまりが 4 や 5 のときもできるのかな」と見方を広げる視点をもった発言，発表の姿が見られた。

4.2.2 分析と考察

視点①「問題場面として，子供にとって実感のある現実的（realstic）な問題設定」

「白と黒のクッキーが同じ数になるようにならべる」という問題にすることで，子供自身が問題場面を直接的に操作することができ，ワークシートに並べ方を記入したり友達が並べたクッキーの式を考えたりする様子が見られた。白や黒のクッキーの数を求めるだけでは子供に対して活動に必然性をもたせることが難しく，かけ算の意味を理解させるのには十分でない。かけ算の意味の要素である「一つ分の大きさ」を「まとまり」として捉え，クッキーを並べることを通してまとまりを子供自身が作っていくことで実感を伴いながら問題に向かわせることができた。評価問題においては，図からまとまりを見付けて印を付けることができた子供が 21 人（子供の数は 24 人），その中でまとまりの見方を複数考えた子供は 11 人であった。また，印を付けられた子供の中で，正しく立式ができた子供は 11 人であった。子供たち自身でまとまりを作る活動を通して，評価問題で活用することにつながった。立式ができなかった要因としては，授業時間が足りなかったことが考えられる。

視点②「子供からの問いが数学的な本質につながる」

「白と黒のクッキーが同じ数になるように並べられるか」を尋ねたときは，問題場面のイメージ

を具体的につかむことができていない子供が一定数あった。問題の状況に沿った並べ方を例示し，「本当に同じ数になっているといえるか」「導入問題で考えたまとまりを作ると計算ができるということが使えないか」と尋ねたところ，まとまりに目を向けて数を求めようとする傾向が表れた。複数考えられるクッキーの並べ方や立式の共通点や特徴からの問いや気付きも，子供たち自から発生することは難しいようだった。与えられた問題を解く過程の中で，問いが生まれる発問や本質につながる見方を与える助言の必要性があると思われる。問題の提示に加え，問いが発生するしかけを用意することが課題である。

視点③「統合しながら発展的に考察できるよう，単元の系統性を踏まえ既習事項を使って解決できる」

本時に至るまでの学習で，求める数量の中からまとまりを見出し，「何の幾つ分か」で表すことを押さえており，本時でも導入問題が出されたときには，「4 このまとまりがある」「4 個の 5 つ分だから 4×5 になる」などの発言があった。それによって，導入問題やクッキーの並べ方を考える中心問題では，まとまりを意識しながら解決することにつながった。既習事項の活用のためには，意味の理解の定着だけにとどまらず，既習事項を活用することができる力も定着させる必要性を感じた。本時の授業の振返りからも，まとまりの見方の多様性に気付いた感想が多く見られた（**表 5**）。また，「同じ数ずつのまとまりがあったら，複雑な形でも数を求められる」という発展的な気付きをしている子供も見られた。

表 5 子供の授業の振返り（子供の数は 24 人）

まとまりの捉え方についての多様性の気付き	式の意味の理解の広がり・深まり	かけ算の意味の拡張・発展	かけ算のおもしろさ
13 人	5 人	2 人	2 人

4.3 研究のまとめ

4.3.1 結論

本研究による実践により，REM 理論に基づいた算数授業を実現するための条件として以下の 6 つのことが示された。

① 導入問題は，たとえ実生活からかけ離れたものであっても，子供が，問題場面をしっかり具体化し把握できること。

② 子供が問題場面を把握できないのであれば，具体物や絵，図などを用いて具体化する必要があること。

③ 本質につながる問いをもたせるには，算数の系統性を踏まえたうえで，既習だけでは解決できず，既習を基にしながら新たな見方・考え方をする必要のある問題であること。

④ 子供が本質につながる問いをもてないのであれば，指導者が本質につながる見方・考え方を与える必要があること。

⑤ 統合的・発展的に思考するためには，各単元において統合や発展させる数学的な概念の意味理解や考え方を子供たちが十分に理解している必要があること。

⑥ 子供たちが，統合的・発展的に考える態度を習慣として身に付けていること。

4.3.2 課題

本研究において，REM 理論に基づいた算数授業を実現するためには，以下の 3 条件が必要であるこ

とが示された。

条件Ａ： 教材の系統を踏まえ，既習を考慮している

条件Ｂ： 教材の系統を踏まえ，発展性を考慮している

条件Ｃ： 問題を解決する際，子供の未知なる状況との出合い（課題の発見）

しかし，導入問題が備えるべき条件として，想定していた条件Ｄ「子供の意欲を喚起する」については，明確な根拠を示すことができなかった。どちらの検証授業においても，子供たちは意欲的に取り組んでおり，子供たちの学習意欲が，何に起因しているのかを明らかにすることは困難であった。

また，新たな条件として，指導者の支援のあり方や統合的・発展的に考えさせるための指導の重点も明らかとなってきた。さらに，本検証授業では，適応題や振返りから判断すると，ほとんどの子供が統合的に考えることができていたと言えるが，子供たちが本質的な問いをもった後，どのような思考をたどって問題解決に至ったのか，その思考過程は，本当に数学的な見方・考え方を統合していくものであったのか，より精密に検証する必要がある。

4.3.3　今後の展望

本研究では，統合的・発展的に考えるためには，子供たちが，統合的・発展的に考える態度を習慣として身に付けていることだけでなく，各単元において統合や発展させる数学的な概念の意味理解や考え方を十分に理解している必要があることが示された。これは，各単元において，基礎的・基本的な内容について，その背景にある概念や性質の理解を深めた確かな理解による知識・技能の習得が必要であることを示唆するものである。

今後，どのような数学的活動によって，確かな理解による知識・技能を習得させるのか，どのような数学的活動によって統合的・発展的に考察させるのか，数学的活動の効果を検証する必要があるのではないかと考える。

【文献】

伊藤伸也（2006）OECD-PISA の「数学的リテラシー」評価枠組みの背景-H.フロイデンタールの数学教授論との関わりから-　日本科学教育学会　第 30 回記念論文集　pp.625-630.

伊藤伸也（2007）H.フロイデンタールの数学教授論における「数学化」の意味　日本科学教育学会研究会研究報告　第 21 巻 6 号 pp.59-64

中島健三（2015）算数・数学教育と数学的な考え方　東洋館出版

文部科学省（2018）小学校学習指導要領解説　総則編　日本文教出版

文部科学省（2018）小学校学習指導要領解説　算数編　日本文教出版

H.Freudenthal (1968) Why to teach mathematics so as to be useful, Education studies in Mathematics.

Marja Van den Heuvel-Panhuizen (2014) Realistic mathematics Education, Encyclopedia of Mathematics Education, springer.